

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név:

Neptun kód:

## Építőmérnöki Matematika A1 vizsga, 2018. január 9.

Munkaidő: 100 perc, a 7-9 feladatokból el kell érni 30%-ot.

- (a) (3 pont) Definiálja, hogy mikor mondjuk, hogy az  $f(x)$  függvény folytonos az  $x_0$ -ban!

(b) (7 pont) Határozza meg az  $a$  és  $b$  értékeket, hogy az  $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{ha } x < 0 \\ ax + b & \text{ha } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{e^x - e} - \frac{1}{e^x - e} & \text{ha } x > 1 \end{cases}$  függvény mindenhol folytonos legyen.
- (a) (3 pont) Definiálja az  $f(x)$  függvény primitív függvényét!

(b) (3 pont) Definiálja az  $f(x)$  függvény határozatlan integrálját!

(c) (2 pont) Ha  $F(x)$  és  $G(x)$  az  $f(x)$  függvény két primitív függvénye, akkor milyen kapcsolat van közöttük?

(d) (2 pont) Ha  $F(x)$  a  $f(x)$  függvény egy primitív függvénye, akkor hogyan határozható meg az összes primitív függvény?
- (3+7 pont) Irja le és bizonyítsa be a Rolle-féle középértéktételt!
- (10 pont) Határozza meg a  $\left(\frac{4i}{1+\sqrt{3}i}\right)^6$  komplex szám algebrai alakját.
- (10 pont) Az  $f(x) = \sqrt{x+1}$  függvény melyik pontjában vett érintő zár be  $45^\circ$ -os szöget az  $x$ -tengellyel? Irja fel ennek az érintőnek az egyenletét!
- (10 pont) Határozza meg az egységgömbbe írható négyzet alapú hasábok közül a maximális térfogatú adatait! A szélsőérték jellegét is ellenőrizni kell!
- (10 pont) Határozza meg az  $\int \frac{e^x}{1+4e^{2x}} dx$  integrált! Segítség: használjon  $t = e^x$  helyettesítést!
- (10 pont) Határozza meg az  $y = \frac{1}{x}$  hiperbola és az  $y = 2,5 - x$  egyenes közötti síkrész területét.
- Döntse el, hogy az alábbi improprius integrálok közül melyek konvergensek! Amelyik konvergencia ott határozza meg az értékét is!
  - (5 pont)  $\int_{10}^{\infty} \frac{1}{x \ln^3 x} dx$
  - (5 pont)  $\int_{10}^{\infty} \frac{1}{x+1} dx$