

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név:

Neptun kód:

## Építőmérnöki Matematika A1 vizsga, 2013. január 8.

Munkaidő: 100 perc, a 7-9 feladatokból el kell érni 30%-ot

- (a) (3 pont) Definiálja az  $f(x)$  függvény  $x = x_0$  pontban vett folytonosságát!

(b) (2 pont) Adja meg a valós számok legbővebb olyan részhalmazát, ahol az  $f(x) = \frac{\cos \frac{x}{2}}{x^2 - \pi^2}$  folytonos!

(c) (5 pont) Tegye mindenütt folytonossá a fenti  $f(x)$  függvényt oly módon, hogy ahol nem folytonos ott alkalmasan definiálja az  $f(x)$  függvényt!
- (a) (3 pont) Definiálja az  $f(x)$  függvény  $x = x_0$  helyen vett deriváltját!

(b) (7 pont) Mondja ki és bizonyítsa be az  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$  függvény  $x = x_0$  helyen vett deriváltjára vonatkozó szabályt!
- (a) (4 pont) Mondja ki a Lagrange-féle középértéktételt!

(b) (6 pont) Mutassa meg, hogy a Lagrange-féle középértéktétel teljesül az  $f(x) = \sqrt[3]{1+x}$  függvényre a  $[0, 7]$  intervallumon!
- (10 pont) Határozza meg a  $\frac{3+i}{2-i} + 7 - i$  komplex szám harmadik gyökeinek algebrai alakját!
- (10 pont) Határozza meg az alábbi határértékeket:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^{4n - \sqrt{n}}$ .
- (10 pont) Határozza meg, hogy az  $f(x) = xe^{-x^2}$  függvény hol konvex illetve konkáv!
- (10 pont) Határozza meg az alábbi integrált:

$$\int \frac{\sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} dx$$

(használja a  $t = \sqrt{x}$  helyettesítést)

- Forgassuk meg az  $y = x^3$ ,  $0 \leq x \leq 1$  görbét az  $x$  tengely körül. Határozza meg az így kapott forgástest

(a) (5 pont) térfogatát;

(b) (5 pont) felszínét!
- Döntse el, hogy az alábbi improprius integrálok közül melyek konvergenssek! Konvergens improprius integrál esetén számítsa ki az értékét!

(a) (5 pont)  $\int_1^{10} \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx$

(b) (5 pont)  $\int_1^{10} \frac{1}{(x-1)^{1,5}} dx$